

Seznam příkladů k přednášce “Kvarky, partony a kvantová chromodynamika”

1. Spočítejte diferenciální účinný průřez rozptylu bezspinové částice na potenciálu $V(r) \equiv \exp(-\mu r)/r$ v Bornově aproximaci nerelativistické kvantové mechaniky.
2. Spočítejte formfaktor příslušný rozdělení rozptylových center dané hustotou $\rho(r) = \mu^3 \exp(-\mu r)/8\pi$.
3. Proveďte redukci přímého součinu reprezentací grupy SU(2)

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{4} \oplus \mathbf{2}$$

4. Za předpokladu přesné SU(2) symetrie spočítejte poměr účinných průřezů reakcí

$$\frac{\sigma(\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++})}{\sigma(\pi^- p \rightarrow \Delta^0)}$$

5. Dokažte, že váze příslušející středu oktetu grupy SU(3) odpovídají dva různé stavy.
6. Dokažte, že všechny váhy v sextetu grupy SU(3) určují stavy jednoznačně.
7. Proveďte redukci přímého součinu reprezentací grupy SU(3)

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

8. V SU(6) symetrickém aditivním kvarkovém modelu spočítejte magnetické momenty
 - (a) protonu
 - (b) neutronu.
9. V SU(6) symetrickém aditivním kvarkovém modelu spočítejte pravděpodobnosti nalezení kvarků u a d se spiny
 - (a) paralelními se spinem protonu
 - (b) antiparalelními se spinem protonu
10. Odvoďte výraz pro hodnotu kvadratického Casimirova operátoru grupy SU(3)

$$C(p, q) \equiv \sum_{i=1}^8 T_i^2$$

v reprezentaci $D(p, q)$.

11. Odvoďte vztah pro energii systému n kvarků a antikvarků vázaných dvoučásticovými silami jejichž barevná část má tvar

$$V \equiv \sum_{i \neq j} V_{ij}(r_{ij}) = \langle v \rangle \sum_{i \neq j} \lambda_i^a \lambda_j^a$$

kde $\langle v \rangle$ konstanta a λ^a jsou Gell-Mannovy matice.

12. Spočítejte diferenciální účinný průřez rozptylu elektronu na bodové částici se

- (a) spinem 1/2
- (b) spinem 0.

jako funkci úhlu rozptylu v těžišťovém systému při zanedbání hmotnosti elektronu.

13. Dokažte Gordanovu dekompozici elektromagnetického proudu

$$\bar{u}(p')\gamma_\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{(p' + p)_\mu}{2m} + i\frac{\sigma_{\mu\nu}(p' - p)^\nu}{2m} \right] u(p), \quad \sigma_{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$$

14. V partonovém modelu spočtete diferenciální účinný průřez procesu

$$e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q}$$

jako funkci úhlu rozptylu v těžišťové soustavě. Zanedbejte hmotnost elektronu, ale započtete hmotnost kvarku.

15. V rámci Fermiho teorie spočtete diferenciální účinný průřez rozptylu

- (a) neutrina
- (b) antineutrina

na bodovém kvarku a antikvarku jako funkci y .

16. V partonovém modelu spočtete dvojitý diferenciální účinný průřez $d\sigma/dx_F dm$ procesu produkce párů dileptonů v proton-protonových srážkách.

17. V rámci kvantové chromodynamiky spočtete kvadráty maticových elementů procesů

- (a) kvarku na kvarku pro případ kvarků různé vůně
- (b) kvarku na kvarku pro případ kvarků stejné vůně bez interferenčního členu
- (c) interferenčního členu procesu b)
- (d) kvarku na gluonu v s a u kanálu
- (e) kvarku na gluonu v t kanálu.

jako funkce invariantů s, t, u .

18. Ukažte, že maticový element procesu produkce longitudinálního fotonu ve srážce transversálního fotonu s elektronem je roven nule.

19. Spočtete momenty větvicí funkce v QCD

$$P_{qq}^{(0)}(x) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+x^2}{1-x} \right]_+$$

20. Dokažte rovnosti

$$P_{qq}^{(0)}(1) + P_{Gq}^{(0)}(1) = \int_0^1 dz z \left(P_{qq}^{(0)}(z) + P_{Gq}^{(0)}(z) \right) = 0$$

$$2n_f P_{qG}^{(0)}(1) + P_{GG}^{(0)}(1) = \int_0^1 dz z \left(2n_f P_{qG}^{(0)}(z) + P_{GG}^{(0)}(z) \right) = 0.$$